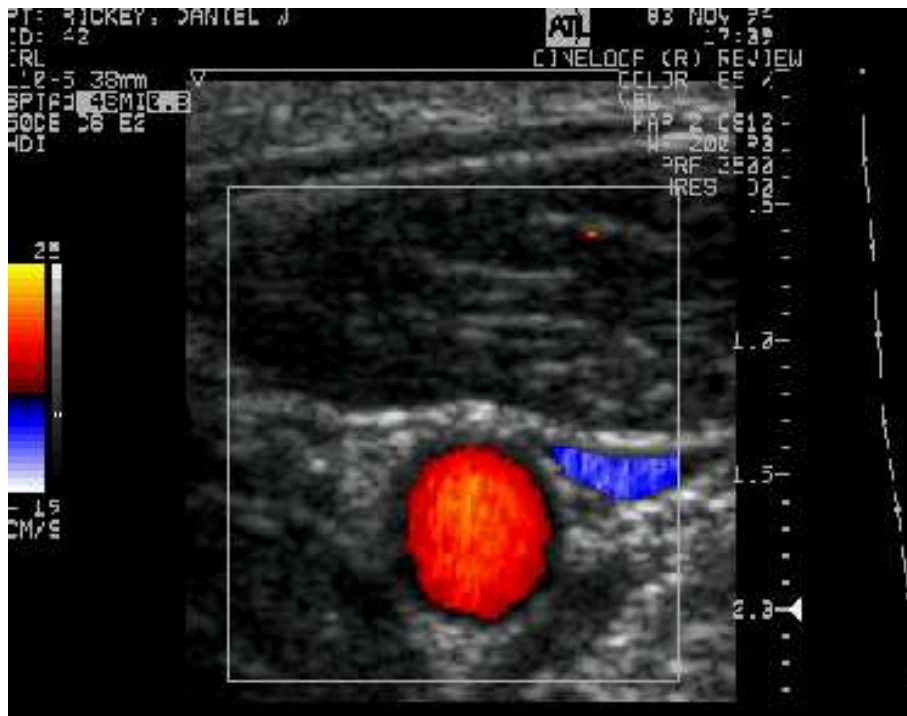


Bloedstroom

in beeld en geluid



het meten van de snelheid van de bloedstroom met behulp van Doppler

Sebastiaan
Willem van Hillegaersbergstraat 100c
3051 RP Rotterdam
sebastia@ch.twi.tudelft.nl
9121164

Fysische Meettechnieken en Beeldmethoden in de Medische toepassing (et4129)
maart 2003, versie 2

Inhoudsopgave

Inleiding	5
Samenvatting	7
1 Ultrageluidsmeting	9
1.1 Afbeeldingstechnieken	9
1.2 Doppler	11
1.3 Analyse van de meetdata	12
1.4 Voor- en nadelen Doppler	14
2 Reflectie	15
2.1 Golfvergelijking	15
2.2 Reflectie en refractie	16
3 Doppler technieken	19
3.1 Gepulseerde Doppler	19
3.2 Continue Doppler	19
3.3 Kleurendoppler	20
3.4 Vergelijking	21
3.5 Verklaring snelheidslimiet	21
4 Schatten van de hoek	25
4.1 Beam Steering	25
4.2 Regressie	26
Referenties	29

Inleiding

Het meten van de snelheid van de bloedstroom is in de medische wereld belangrijk voor het stellen van een diagnose van verschillende ziekten die te maken hebben met hart en bloedvaten. Oude technieken om dit te doen waren omslachtig en erg intensief voor de patiënt. Bovendien was de verkregen data matig.

Maar van oudsher is het de tijd die ons nieuwe technieken brengt. De techniek die ik hier bekijk werkt met ultrageluid, ofwel geluid met een zeer hoge frequentie. Ultrageluid is niet schadelijk voor het lichaam en kan, mits juist gebruikt, veel informatie geven over het inwendige.

Deze techniek kan nog verder uitgemolken worden: wanneer ultrageluid in aanraking komt met een bewegend medium (bloed in ons geval) verandert deze van frequentie. Door deze frequentie te analyseren kan veel informatie verkregen worden omtrent de snelheid van de bloedstroming en de bloedstroming zelf.

Dit is van groot belang voor de gezondheidszorg. Het is eenvoudig geworden om patiënten te onderzoeken. Ook de kosten zijn laag. Dit draagt ertoe bij dat ultrageluidsmeting in een vroeg stadium ingezet kan worden om zo vroeg mogelijk een goede diagnose te stellen.

Samenvatting

Dit werk is een stukje verdieping in de Doppler ultrageluidstechniek. Dit is een heel breed gebied met veel toepassingen, methoden en methoden om de gebreken ervan te minimaliseren. In plaats van alle aspecten over dit onderwerp aan te tippen heb ik ervoor gekozen eerst een globaal overzicht te geven over hoe dit proces in z'n werk gaat. Daarna komen een aantal stukjes die ik wat uitgediept heb. Dit zijn onderwerpen die mij lang onduidelijk bleven tijdens mijn zoektocht naar informatie. Formules en vergelijkingen komen uit de lucht vallen zonder dat er ingegaan wordt op de tot standkoming ervan. Andere stukjes die ik heb uitgediept vond ik gewoon interessant.

In hoofdstuk 1 wordt een globaal overzicht gegeven van hoe Doppler wordt gebruikt. Daar toe wordt eerst ingegaan op de werking van ultrageluidsmeting zonder Doppler. Dit bevordert het inzicht in de techniek en is een goede basis om bepaalde fenomenen te begrijpen. Daarna wordt kort iets over Doppler verteld, waar in hoofdstuk 3 dieper op wordt ingegaan. Tenslotte wordt er iets verteld over de verwerking van de verkregen data en een overzicht van voor- en nadelen.

Hoofdstuk 2 gaat in op de golfvergelijking, reflectie en refractie. In de documenten die ik doorlas over Doppler en ultrageluidsmeting vond ik slechts gebrekkige en onduidelijke informatie (die ook niet altijd consistent met elkaar waren). Reden voor mij om dit eens wat uit te diepen

Uiteindelijk wordt in hoofdstuk 3 verschillende Doppler technieken uitvoerig behandeld, met elkaar vergeleken en uitgelegd wanneer men de ene methode boven de andere moet verkiezen.

In hoofdstuk 4 heb ik 2 methoden bekeken die een belangrijk probleem bij Doppler proberen op te lossen. Beide methoden proberen het probleem met de onbekende hoek in Doppler op te lossen. De twee stukjes zijn gebaseerd op een paar technische verslagen.

1 Ultrageluidsmeting

In dit hoofdstuk zal ik in grove lijnen een overzicht geven over de werking van ultrageluidsmeting. Eerst wordt vluchtig weergegeven hoe ultrageluidsmeting in z'n werk gaat en hoe hiermee dwarsdoorsneden van een gebied van het lichaam gemaakt kan worden. Vervolgens wordt simpel uitgelegd hoe Doppler werkt. Meer over Doppler is te vinden in hoofdstuk 3. Tenslotte wordt aandacht besteedt aan de dataverwerking en discussie.

1.1 Afbeeldingstechnieken

Een ultrageluidstransducer bestaat uit een klein piëzo-electrisch elementje. Zo'n elementje kan periodiek van dikte veranderen en zodoende een geluidsgolf voortbrengen. In de medische wereld worden elementjes gebruikt die een trillingsfrequentie hebben van tussen de 2 en 10 MHz en stuurt een korte geluidspuls door de patiënt[12][7].

Dit piëzo element kan ook weer in trilling gebracht worden door geluidsgolven. Deze trilling kan weer gemeten worden en worden verwerkt in de computer. Zo'n apparaat heet een ultrageluidstransducer, of kortweg transducer. De technische werking van het apparaat laat ik verder buiten beschouwing.

Het geluidssignaal is in eerste instantie onderhevig aan 2 fenomenen: reflectie en refractie. Elk materiaal heeft z'n eigen dichtheid en geluidssnelheid. Hierdoor wordt een gedeelte van het geluid geabsorbeerd, een ander gedeelte wordt teruggekaatst en een derde gedeelte buigt af en gaat door. De terugkaatsing wordt dan gemeten door de transducer.

Elk weefsel heeft z'n eigen reflectiecoëfficiënt. Deze is voor loodrechte inval gegeven als

$$R = \left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \right)^2 \quad (1)$$

waarin $Z_i = \rho_i c_i$ de acoustische impedantie (in Rayles= $10^6 \frac{kg}{m^2s}$) is, ρ_i de dichtheid van het weefsel en c_i de geluidssnelheid in dat weefsel. Zie tabel 1[5].

Zie voor meer detail over reflectie en refractie (met hoekafhankelijkheid) hoofdstuk 2 op pagina 15.

Het resultaat van de reflectie en refractie wordt de afzwakking van het signaal genoemd[10]. Aan de tijd die het kost voordat het signaal teruggekaatst is kan de diepte van het weefsel worden afgeleid. De intensiteit van de golf neemt af naarmate het dieper in het weefsel doordringt. De formule die een verband geeft tussen de afzwakking van het signaal, de diepte en de geluidsdruk is

$$d = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{p_0}{p} \quad (2)$$

waarin d de diepte in meters is, α de afzwakkingscoëfficiënt per meter, p_0 de oorspronkelijke geluidsdruk en p de gemeten geluidsdruk (in Pascal). De afzwakkingscoëfficiënt wordt gegeven door

$$\alpha = \frac{\left(\frac{4\eta}{3} + \eta' \right) (2\pi f)^2}{2\rho c^3} \quad (3)$$

Materiaal	Snelheid ($\frac{m}{s}$)	Impedantie ($10^6 \frac{kg}{m^2s}$)
lucht	331	0,000415
vet	1450	1,35
water (50°C)	1540	1,54
zacht weefsel	1540	
hersenen	1541	1,68
lever	1549	1,65
nier	1561	1,62
bloed	1570	1,61
spier	1585	1,70
oog lens	1620	1,84
schedel	4080	7,80

Tabel 1: Geluidssnelheid in menselijk weefsel

met c de geluidssnelheid in het desbetreffende weefsel, f de frequentie van het signaal, ρ de weefsel dichtheid en η en η' (in $\frac{Ns}{m^2}$) maten voor de viscositeit van het weefsel.

Meestal wordt α gebruikt in $\frac{dB}{cm}$. We kunnen 3 eenvoudige omschrijvingen naar:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{dB} &= -100 \frac{1}{d} 10 \log_{10} \left(\frac{p^2}{p_0^2} \right) \\
 &= 2000 \log_{10}(e) \frac{-1}{d} \ln \left(\frac{p}{p_0} \right) \\
 &= 868,6 \alpha
 \end{aligned} \tag{4}$$

Uit vergelijkingen 2 en 3 kunnen we zien dat hoe hoger de frequentie van het signaal is, hoe sneller het signaal afzwakt. Maar een hogere frequentie heeft wel een hogere resolutie, dus geeft ook meer detail weer. De meeste scanapparaten kunnen dan ook met meerdere frequenties overweg, variërend tussen de 2 MHz en de 10 MHz.

Een vers uitgezonden geluidsgolf is dus onderhevig aan een tal van zaken met als gevolg dat deze bewerkt wordt opgevangen door de transducer. Het tijdsdomein is evenredig met de diepte waar het signaal vandaan komt. Combineert men de tijd met de sterkte van het signaal (geluidsdruk) dan kan worden afgeleid op welke diepte zich bepaalde soort weefsels bevinden.

De meest gebruikte manier is de Brightness mode. Signalen die sterker (meestal van hard weefsel) zijn krijgen een felle tint dan signalen die zwak zijn. Wanneer dit scanproces met verschillende hoeken herhaald wordt kan een sector scan gemaakt worden. Deze geeft als het ware een dwarsdoorsnede van het lichaam. Een voorbeeld van zo'n B-mode scan is te zien in figuur 1.

Uiteraard ligt de beeldvorming een stuk genuanceerder dan het boven geschetste beeld. Aangezien dit niet het hoofdpunt van deze verdieping is wil ik hier niet al te ver op in gaan.

1.2 Doppler

De Doppler techniek is een techniek die gebruik maakt van het feit geluidsgolven van frequentie veranderen wanneer deze in aanraking komen met een bewegend voorwerp (of zelf beweegt natuurlijk). De algemene Doppler vergelijking wordt gegeven door:

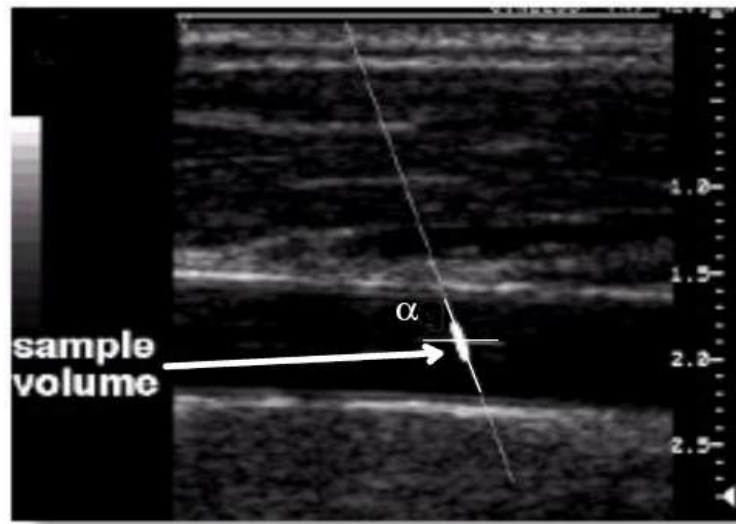
$$f = f_0 \frac{c + v \cos \alpha}{c - v \cos \alpha} \quad (5)$$
$$\Delta f = \frac{(f + f_0)v \cos \alpha}{c}$$

We veronderstellen dat het verschil tussen f_0 en f betrekkelijk klein is ten opzichte van f_0 , dus $f_0 + f = 2f_0$.

$$v \approx \Delta f \frac{c}{2f_0 \cos \alpha} \quad (6)$$

Hierin is Δf het verschil tussen de uitgezonden frequentie f_0 en de teruggekaatste frequentie f . De geluidssnelheid in het medium is c , v is de snelheid waarmee het medium zich voortbeweegt en α de hoek waaronder het bewegende gedeelte zich bevindt ten opzichte van de ingestraalde frequentie.

Om de snelheid v te kunnen bepalen moeten we de hoek α weten (Δf wordt gemeten, c , en f_0 zijn bekend). De eenvoudigste manier is om met een gewone echoscopie een B-scan te maken en daaruit de hoek te schatten.



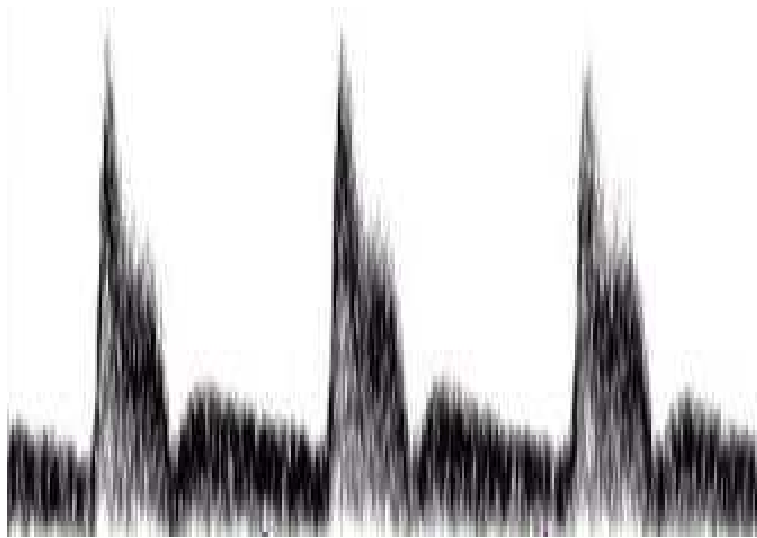
Figuur 1: Bepaling van de hoek

Er zijn verschillende methoden om de snelheid van de bloedstroom te meten. Eenvoudig gezegd komt het neer op het focussen op een bepaald stukje in het lichaam (sample volume) en de frequentieverandering in dat stukje te meten. Door regelmatig een nieuwe scan te doen

krijg je een serie frequentieveranderingen in het tijdsdomein. Hieruit kan dan de snelheid van de bloedstroom berekend worden. Zie hoofdstuk 3 voor een overzicht van een aantal verschillende technieken.

1.3 Analyse van de meetdata

De transducer meet de frequentie van de teruggekaatste golf. Aangezien bekend is wat de frequentie van de ingestraalde golf is kan het verschil in beide berekend worden en worden gevisualiseerd[9], zie figuur 2. Horizontaal staat de tijd, verticaal het frequentieverschil Δf .



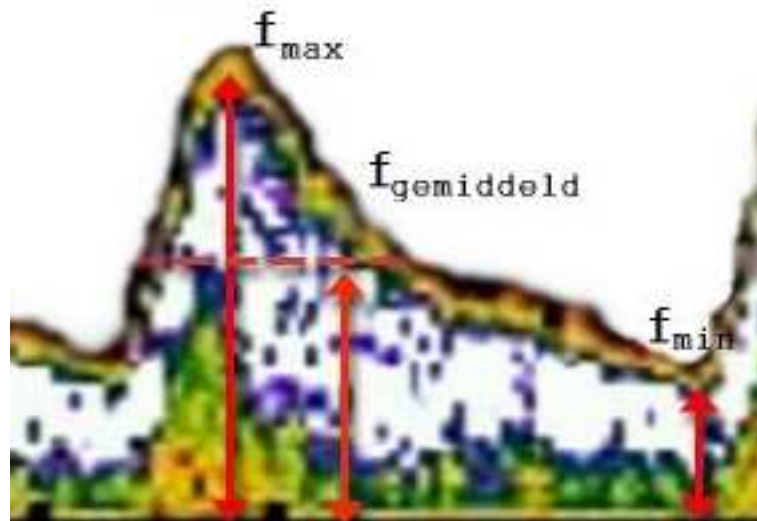
Figuur 2: Verschil van frequentie

Met het gemeten frequentieverschil is het nu eenvoudig om de snelheid weer te geven. Deze is recht evenredig met het frequentieverschil (zie de Dopplerformule 6) en heeft derhalve een zelfde weergave als figuur 2.

Gangbare indicatoren zijn de slagindex (pulsatility index, PI), de weerstandsindex (resistance index, RI) en de systolische/diastolische ratio (S/D). Arsten kunnen hier zinnige dingen mee. Als f_{max} en f_{min} respectievelijk de maximale en de minimale gemeten frequenties zijn en \bar{f} de gemiddelde frequentie dan worden de indicatoren en de ratio gegeven door formule 7.

$$\begin{aligned}
 PI &= \frac{f_{max} - f_{min}}{\bar{f}} \\
 RI &= 1 - \frac{f_{min}}{f_{max}} \\
 S/D &= \frac{f_{max}}{f_{min}} = \frac{1}{1 - RI}
 \end{aligned} \tag{7}$$

Het voordeel van deze indices is dat ze met relatief weinig metingen veel informatie kunnen geven. Een ander groot voordeel van deze ratios is dat ze onafhankelijk zijn van zowel de hoek



Figuur 3: Analyse

waaronder het bloedvat en de transducer zich bevinden. Vul de Doppler formule maar in. Dit geeft rechtstreeks het verband tussen de stromingssnelheden op verschillende tijdstippen (ofwel, v_{max} en v_{min}).

Maar dit geeft alleen grof weer hoe de stroming loopt. In werkelijkheid stroomt het bloed in het midden van het bloedvat sneller dan aan de rand. Het stromingsprofiel is in feite parabolisch. Het bloed bestaat uit rode bloedcellen die voor het belangrijkste deel voor de terugkaatsing van het geluidssignaal zorgen. Dit houdt dus in dat in het teruggekaatste signaal de frequenties van iedere afzonderlijke bloedcel zitten (ten minste, voor zover de resolutie van de scanner dit aankan)[2].

Dit levert voor het blote oog een en al periodieke ruis op. Echter, met behulp van Fourier analyse kan onderzocht worden welke frequenties zich in het signaal bevinden, welke het sterkst zijn, welke het vaakst voorkomen, etc. Rekentechnisch gezien wordt de continu gemeten data gediscetiseerd in veelvoud van 2, dus bijvoorbeeld 2^{16} samples (eventueel verantwoord aangevuld met nullen als het 'net niet' uitkomt). Op deze manier kan er een geoptimaliseerde vorm van de snelle discrete Fourier transformatie op uitgevoerd worden, ook wel bekend als Fast Fourier Transform (FFT). Deze kan nog sneller (geoptimaliseerd) worden door veelvoud van 2 te nemen. De getransformeerde vorm geeft per frequentie weer hoe 'belangrijk' deze is in het signaal.

Dit spectrum van frequenties wordt weer verder geanalyseerd. Hieruit kunnen onder andere de piekverschuivingen in de frequenties en de gemiddelde frequentieverschuivingen geëxtraheerd worden. Deze analyses kunnen direct weergegeven worden tijdens de meting (zie figuur 3) en op deze manier direct voor terugkoppeling zorgen.

1.4 Voor- en nadelen Doppler

Het grootste voordeel van de ultrageluidstechniek in combinatie met Doppler is het niet-invasieve karakter en de straling is niet schadelijk. De patiënt hoeft geen speciale voor- en nabehandeling te ondergaan en blijft ook tijdens het onderzoek bij bewustzijn. Ook de directe beschikbaarheid van resultaten maakt deze techniek bijzonder: er kan zo actief op zoek gegaan worden naar afwijkingen. De apparatuur is relatief goedkoop en heeft nagenoeg geen onderhouds- en gebruikskosten, iets wat tot gevolg heeft dat het in een vroeg stadium voor diagnose ingezet kan worden (in tegenstelling tot zwaardere apparaten/onderzoek en apparaten die veel gebruikskosten met zich meebrengen).

Een nadeel is de hoekafhankelijkheid van de Doppler techniek. Een te grote hoek ten opzichte van het bloedvat geeft een onacceptabele grote fout in de meting. Het positioneren van de transducer kan voor sommige bloedvaten een hoop werk kosten. Vooral in gebieden met turbulente bloedstroming is dit lastig te bepalen (door de turbulentie 'stroomt' het bloed immers alle kanten op). Ook gebieden waar bloedvaten samenkomen geven moeilijkheden.

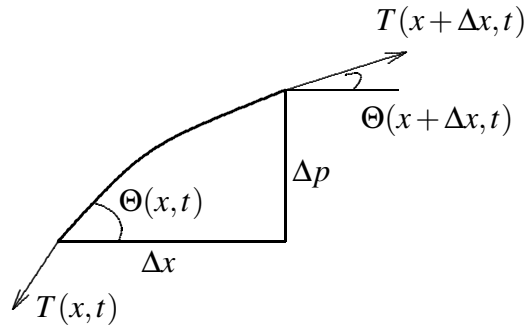
Doppler wordt in de praktijk onder meer veelvuldig gebruikt voor onderzoek naar trombose in de bloedvaten, hartonderzoek en tijdens zwangerschap. Ook van het ongeboren kind kan de harslag en bloedstroming gemeten worden.

2 Reflectie

In hoofdstuk 1 is de reflectiecoëfficiënt geïntroduceerd. In dit hoofdstuk geven we hier een afleiding voor. Eerst wordt de golfvergelijking afgeleid die daarna wordt gebruikt om de reflectie- en refractiecoëfficiënten te bepalen.[1][4]

2.1 Golfvergelijking

De afleiding van de golfvergelijking doen we met behulp van een snaar.[15] Een snaar die aangeslagen wordt heeft na verloop van tijd een vorm als in figuur 4.



Figuur 4: Stukje snaar

Als we aannemen dat de snaar een massadichtheid heeft van $\rho(x)$ dan is de massa van het stukje snaar gelijk aan $\rho(x)\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta p)^2}$. De wet van Newton $F = ma$ toepassen geeft ons:

$$\rho(x)\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta p)^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}(x, t) = T(x + \Delta x, t) \sin \Theta(x + \Delta x, t) - T(x, t) \sin \Theta(x, t) \quad (8)$$

Delen door Δx en $\Delta x \rightarrow 0$ geeft ons:

$$\rho\sqrt{1 + \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{\partial T}{\partial x} \sin \Theta + T \cos \Theta \frac{\partial \Theta}{\partial x} \quad (9)$$

De x en t afhankelijkheid wordt ten bate van de overzichtelijkheid niet expliciet vermeld.

Omdat we met geluid te maken hebben kunnen we aannemen dat we een kleine uitwijking hebben, dus $\Theta \ll 1$. Dankzij dit gegeven kunnen we de volgende linearisaties gebruiken:

$$\begin{aligned} \sin \Theta &\approx \frac{\partial p}{\partial x} \\ \cos \Theta &\approx 1 \\ \frac{\partial \Theta}{\partial x} &\approx \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (10)$$

Verder nemen we aan dat de snaar geen longitudinale trilling heeft, dus:

$$T(x + \Delta x, t) \cos \Theta(x + \Delta x, t) - T(x, t) \cos \Theta(x, t) = 0 \quad (11)$$

wat na deling door Δx en $\Delta x \rightarrow 0$ en linearisatie resulteert in het feit dat we kunnen aanemen dat $\frac{\partial T}{\partial x} \approx 0$.

Met deze informatie komen we tot

$$\rho \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = T \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (12)$$

Uit verdere aannamen voor dit natuurkundige model dat ρ en T constant zijn, volgt de golfvergelijking.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (13)$$

met $c = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$, waarvan na diepere analyse zal blijken dat dit de voortplantingssnelheid van de golf is.

2.2 Reflectie en refractie

Indien uit gegaan wordt van een resonerende golfbeweging als randvoorwaarde, kan de algemene oplossing van de golfvergelijking 13 gegeven worden door

$$p = Ae^{i(\omega t - kx)} + Be^{i(\omega t + kx)} \quad (14)$$

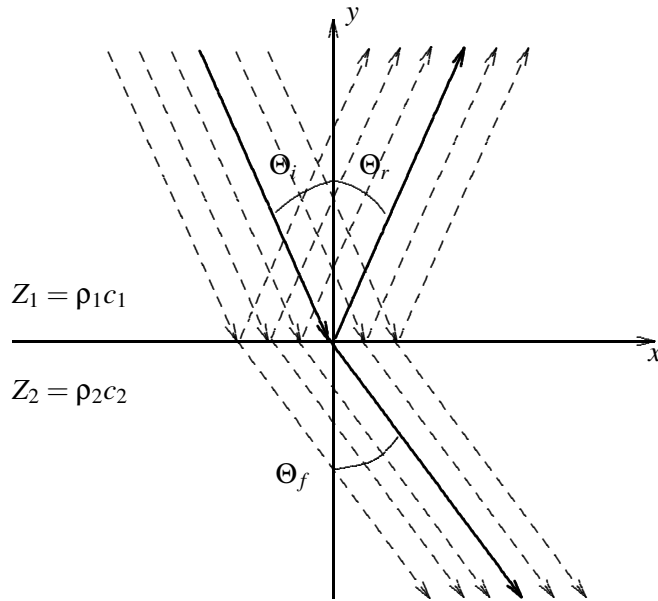
waarin $\omega = 2\pi \frac{c}{\lambda}$ de hoekfrequentie, λ de golflengte en $k = \frac{\omega}{c}$. Hierin representeerd $\omega t - kx$ de voortbewegende golf en $\omega t + kx$ de golf in tegengestelde richting.

We bekijken het geval waarin de golf een grensvlak raakt tussen 2 vloeistoffen. We hebben dan 3 golven (uitgedrukt in (geluids)druk): de ingestraalde p_i , de gereflecteerde p_r en de gereflecteerde p_f met bijbehorende amplitudes A_i , A_r en A_f . In ons geval hebben we geen last van de golf die in de tegengestelde richting beweegt (een piëzo kristal produceert alleen een voortbewegende golf), dus kunnen we B in vergelijking 14 gelijk kiezen aan 0. Figuur 5 geeft ons dan de volgende set vergelijkingen:

$$\begin{aligned} p_i &= A_i e^{i(\omega t - k_1 x \sin \Theta_i - k_1 y \cos \Theta_i)} \\ p_r &= A_r e^{i(\omega t - k_1 x \sin \Theta_i + k_1 y \cos \Theta_r)} \\ p_f &= A_f e^{i(\omega t - k_2 x \sin \Theta_f - k_2 y \cos \Theta_f)} \end{aligned} \quad (15)$$

De geluidsdruk aan beide kanten van het grensvlak $y = 0$ gelijk zijn, dus moet gelden

$$A_i e^{i(\omega t - k_1 x \sin \Theta_i)} + A_r e^{i(\omega t - k_1 x \sin \Theta_r)} = A_f e^{i(\omega t - k_2 x \sin \Theta_f)} \quad (16)$$



Figuur 5: Reflectie en refractie

We kunnen $e^{i\omega t}$ uitdelen. Dankzij het feit dat de hoek van inval gelijk is aan de hoek van uitval (Snellius) geldt dat $\Theta_i = \Theta_r$. Volgens diezelfde wet geldt dat $\frac{\sin \Theta_i}{c_1} = \frac{\sin \Theta_f}{c_2}$. Dit combinerend met vergelijking 16 geeft dat $A_i + A_r = A_f$.

Een andere eis is dat de snelheid loodrecht op het grensvlak continu moet zijn, dus

$$v_i \cos \Theta_i + v_r \cos \Theta_r = v_f \cos \Theta_f \quad (17)$$

Herinner dat $Z = \rho c = \frac{\rho}{v}$ en dus $v_i = \frac{\rho_i}{Z_1}$, $v_r = -\frac{\rho_r}{Z_1}$ en $v_f = \frac{\rho_f}{Z_2}$. Dit invullen in de voorgaande vergelijking geeft

$$(A_i - A_r) \frac{\cos \Theta_i}{\rho_1 c_1} = \frac{A_f}{\rho_2 c_2} \cos \Theta_f \quad (18)$$

Combineer dit met het eerder gevonden $A_i + A_r = A_f$ en we komen tot een uitdrukking voor de Druk Reflectie Coëfficiënt

$$R_p = \frac{A_r}{A_i} = \frac{Z_2 \cos \Theta_i - Z_1 \cos \Theta_f}{Z_2 \cos \Theta_i + Z_1 \cos \Theta_f} \quad (19)$$

en evenzo is de Druk Transmissie Coëfficiënt bepaald.

$$T_p = \frac{A_f}{A_i} = \frac{2Z_2 \cos \Theta_i}{Z_2 \cos \Theta_i + Z_1 \cos \Theta_f} \quad (20)$$

Voor echoscopie is het praktischer om met intensiteiten te werken. De intensiteit van een harmonische geluidsgolf is gedefiniëerd als $I = \rho c v^2 = \frac{p^2}{\rho c}$.

De Reflectie Coëfficiënt in intensiteiten is dan

$$R = \frac{I_r}{I_i} = \frac{\rho_1 c_1 \left(-\frac{p_r}{Z_1}\right)^2}{\rho_1 c_1 \left(\frac{p_i}{Z_1}\right)^2} = R_p^2 \quad (21)$$

Op dezelfde manier kunnen we afleiden:

$$T = \frac{I_f}{I_i} = \frac{Z_1 \cos \Theta_f}{Z_2 \cos \Theta_i} T_p^2 \quad (22)$$

De refractiehoek Θ_f weten we op voorhand niet, maar dankzij de wet van Snellius hebben we

$$\cos \Theta_f = \sqrt{1 - \sin^2 \Theta_f} = \sqrt{1 - \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 \sin^2 \Theta_i} \quad (23)$$

We kunnen nu 3 belangrijke gevolgen afleiden uit vergelijking 23:

- Als $c_1 > c_2$ dan is Θ_f reëel en kleiner dan de hoek van inval. De geluidsgolf bestaat aan de andere kant van de grens en buigt naar de grens toe.
- Als $c_1 < c_2$ en $\Theta_i < \Theta_k$ met Θ_k de kritieke hoek gegeven door

$$\Theta_k = \arcsin \frac{c_1}{c_2} \quad (24)$$

dan is Θ_f weer reëel maar de geluidsgolf buigt nu van het grensvlak af.

Als we kijken naar tabel 1 op pagina 10 zien we dat de sterkste overgang in zacht weefsel is die van vet naar spier. De kritieke hoek is dus gelijk aan $\Theta_{k(vet \rightarrow spier)} = \arcsin \frac{1450}{1585} \approx 66^\circ$. Men moet dus zorgen dat de hoek waaronder de transducer staat ten opzichte van de weefselovergangen in ieder geval kleiner is dan 65° .

- Als $c_1 < c_2$ en $\Theta_i > \Theta_k$ wordt $\cos \Theta_f$ volledig imaginair. Fysisch vertaald zich dit in het feit dat de geluidsgolf volledig teruggekaatst wordt.

3 Doppler technieken

Om de snelheid van de bloedstroom te meten met behulp van Doppler zijn verschillende manieren in gebruik. De drie meest gebruikte, Gepulseerde Doppler, Continue Doppler en Kleuren-doppler zal ik in dit stuk verder toelichten en vergelijken.[8]

3.1 Gepulseerde Doppler

Deze werkt ongeveer zoals een gewone transducer. Het stuurt een korte tijd een geluidspuls in het lichaam en meet daarna het teruggekaatste signaal. Gebruikelijk zijn pulsen van 6 – 30 golflengten lang. De geluidssnelheid in het weefsel kan als constant worden beschouwt (vergelijk de snelheden in tabel 1 met formule 6 om te zien dat een kleine variatie in geluidssnelheid een kleine variatie op de frequentie geeft). Hierdoor is het makkelijk om de diepteligging van het bloedvat te bepalen.

Deze eigenschap wordt gebruikt om betere resultaten te krijgen. Er wordt eerst berekend hoe diep het bloedvat ligt, waarna bij het meten van de Doppler frequentie verschuiving alleen wordt gekeken naar data die zich op deze diepte bevindt.

Stel het bloedvat dat je wilt bekijken ligt op 3 *cm* diepte. Met een geluidssnelheid van 1560 $\frac{m}{s}$ duurt het dus zo'n 0,02 *ms* voordat je het signaal weer terug kunt verwachten. Geluidsignalen die eerder of later opgevangen worden, worden genegeerd. Zo wordt ook gelijk ruis geminimaliseerd. Dit wordt ook wel gating genoemd. Zie paragraaf 3.5 voor een gedetailleerdere uitwerking.

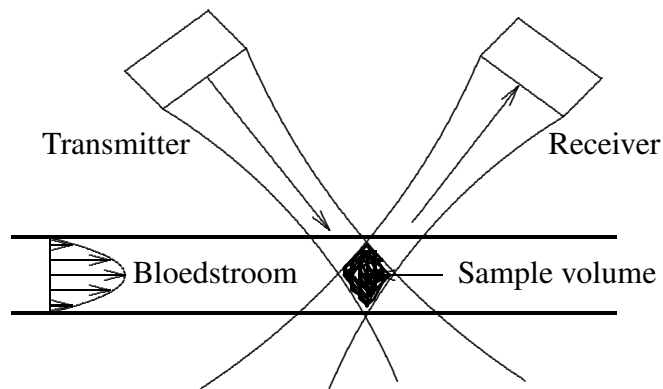
Een ander voordeel is dat je met gepulseerde Doppler tegelijkertijd ook een gewone B-mode scan kunt maken. De transducer is immers van hetzelfde soort. Zo kun je tijdens de meting in de gaten houden wat er binnenin het lichaam gebeurt. De transducer mag echter na kalibratie niet meer bewogen worden, in tegenstelling tot gewone echoscopie. Je stelt de computer namelijk in op de gemaakte hoek α tussen de transducer en het bloedvat en op de tijd van de gating.

Nadeel van de gepulseerde Doppler is dat deze niet in staat is te hoge snelheden te meten. Als de stromingssnelheid van het bloed groter wordt dan 1,5 $\frac{m}{s}$ dan krijg je te maken met anti-aliasing en wordt Gepulseerde Doppler onbruikbaar. In de paragraaf 3.5 wordt hier verder op ingegaan.

3.2 Continue Doppler

Deze techniek stuurt continu een geluidsgolf in het lichaam. De transducer bestaat in dit geval uit 2 componenten: een verzender en een ontvanger. Dit wordt ook wel een duplex scanner genoemd. Figuur 6 geeft een schets van het apparaat.[13] De snelheid van het bloed binnen het sample volume wordt gemeten.

Het voordeel van deze techniek is dat het in staat is om hoge snelheden te meten. In sommige bloedvaten (hartslagaders bijvoorbeeld) ligt de snelheid van het bloed al snel boven de 1,5 $\frac{m}{s}$. Dit is niet goed te meten met Gepulseerde Doppler.



Figuur 6: Continue Doppler

Nadeel is dat het geen informatie geeft over de diepte. De transducer stuurt een continu signaal uit en kan op die manier niet zeggen over de diepte waarop het sample volume.

De calibratie van het apparaat gebeurt dan ook door eerst een paar normale B-scans te maken in combinatie met Gepulseerde Doppler. Pas als de transducer in de goede positie staat wordt de continue mode ingeschakeld.

3.3 Kleurendoppler

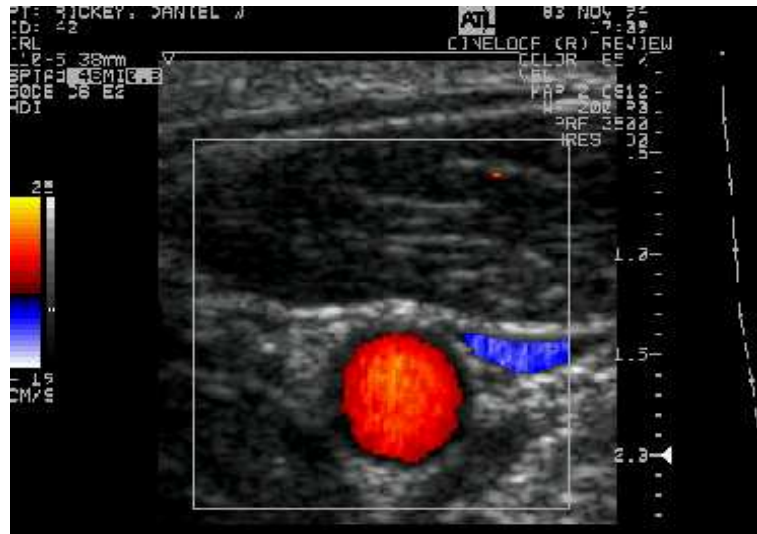
Een derde manier om de snelheden weer te geven is met behulp van Kleurendoppler. Deze techniek maakt een scan van een dwarsdoorsnede (een B-mode scan dus) en geeft met behulp van kleuren de snelheid weer van het weefsel (dus ook van het bloed).

Een kleurendoppler instrument deelt de dwarsdoorsnede op in een paar duizend cellen (sample volumes) en berekend per cel de gemiddelde Doppler verschuiving. Elk snelheidsinterval krijgt zijn eigen kleur en wordt bovenop de B-mode scan geprojecteerd.

Deze cellen kunnen gelocaliseerd worden met behulp van gating. Gating is dat je de ontvanger alleen tijdens een bepaald interval ontvankelijk maakt. Je bepaald de diepte van de cel die je wilt meten en berekend de tijd die het duurt voordat je het signaal weer terug kunt verwachten. Dit is dus gewoon herhaaldelijk gepulseerde Doppler toepassen op verschillende diepten.

Traditioneel worden positieve Doppler verschuivingen (bloed stroomt naar de transducer toe) met rood aangegeven en negatieve verschuivingen met blauw. Het beeld wordt enkele malen per seconde ververst waardoor je duidelijk het stromingspatroon ziet.

Kleurendoppler heeft een groot voordeel ten opzichte van Continue Doppler of Gepulseerde Doppler. Bij de systole wordt het bloed door de slagaders geperst wat tot gevolg heeft dat ook de wanden van het bloedvat meebewegen. Normaal geeft dit extra ruis. Een ander voordeel is dat het stromingspatroon beter zichtbaar wordt. Bloed is een stroperige vloeistof en heeft aan de wand een lagere snelheid dan in het midden.



Figuur 7: Kleurendoppler

3.4 Vergelijking

Continue Doppler en Gepulseerde Doppler hebben beide zo hun voor- en nadelen. Het voordeel van Continue Doppler is dat het in staat is hoge snelheden te meten en dat ook continu kan doen. Continue Doppler maakt namelijk een registratie van het volledige stroompatroon, wat deskundigen meer informatie geeft over afwijkende gesteldheid.

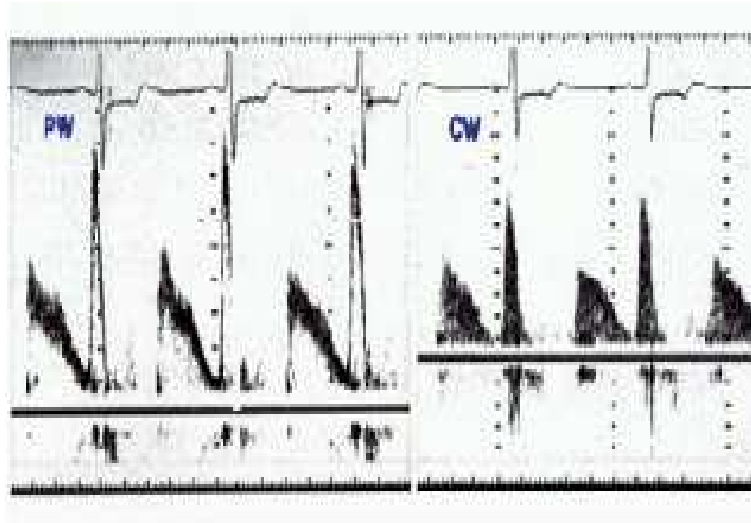
Dit zien we ook als we kijken naar de spectrale uitvoer van het apparaat, zie figuur 8. Als er geen turbulentie is geeft gepulseerde Doppler over het algemeen een smalbandig vertoon weer. Turbulentie is vaak een gevolg van trombolie in de bloedvaten. Continue Doppler geeft daarentegen een veel groter spectrum van snelheden weer.

Voordeel van gepulseerde Doppler is dat je een hogere resolutie kunt verkrijgen (omdat je het teruggekaatste signaal van omliggende weefsels eruit filterd) en je tijdens de meting met behulp van de B-mode scan weet waar je zit.

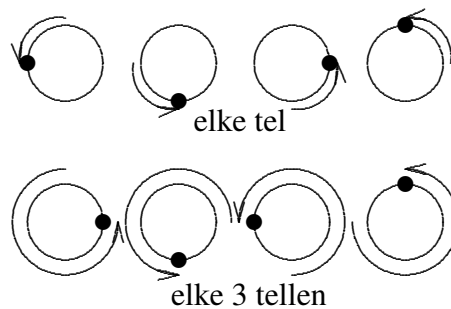
3.5 Verklaring snelheidslimiet

In het gedeelte over de Gepulseerde Doppler in paragraaf 3.1 heb ik gezegd dat de limiet voor de snelheid van de bloedstroom op $1,5 \frac{m}{s}$ ligt. In dit stukje wil ik laten zien waardoor deze grens er is en hoe deze bepaald wordt.

Een verschijnsel waar je mee te maken krijgt als je bloedstroom meet met behulp van Gepulseerde Doppler is antialias. Dit is een gevolg van de beperkte, relatief trage (ten opzichte van een continue meting) registratie van gepulseerde Doppler. Een eenvoudig voorbeeld hiervan kan gegeven worden met behulp van een draaiend wiel, zie figuur 9. Beide wielen draaien met dezelfde snelheid tegen de klok in, maar doordat het tweede wiel informatie mist door de lage kijkfrequentie lijkt het alsof deze met de klok mee draait.



Figuur 8: Spectraal uitvoer van Continue Doppler en Gepulseerde Doppler



Figuur 9: Antialiasing bij een wiel

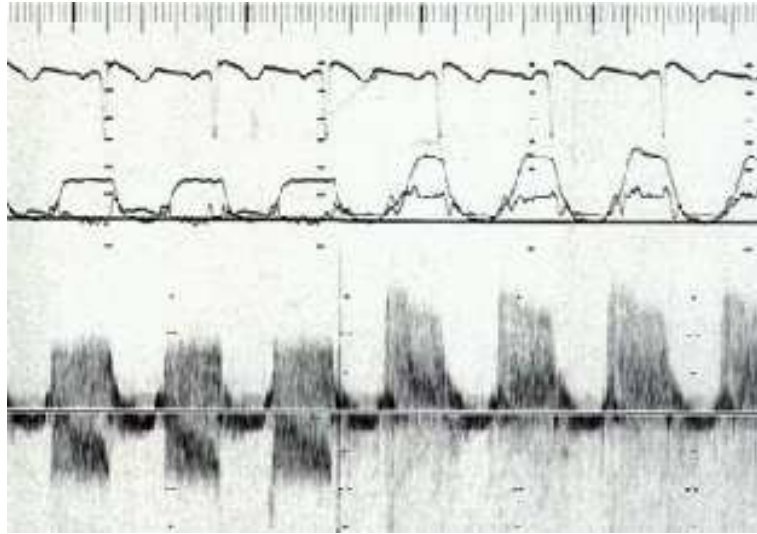
Dit staat in verband met de Nyquist limiet. Deze limiet stelt dat het aantal pulsen per seconde minstens gelijk moet zijn aan 2 maal de frequentieverschuiving die de stroming van het bloed veroorzaakt. Dit staat natuurlijk in direct verband met de stromingssnelheid van het bloed.

Wanneer er een begin gemaakt wordt met meten zet de computer in met gepulseerde Doppler. Als blijkt dat er antialiasing plaatsvindt kan het apparaat zelf overschakelen naar continue Doppler.

Laten we ervan uitgaan dat de transducer pulsen van n golflengten lang uitstoot. Als we aannemen dat de geluidssnelheid over alle weefsels gemiddeld $\bar{c} \frac{m}{s}$ is en een frequentie van f_0 MHz gebruikt wordt, dan is de golflengte dus

$$\lambda = \frac{\bar{c}}{f_0} \quad (25)$$

Als we n van deze golflengten als 1 puls rekenen betekent dat dus dat het sturen van 1 puls $\frac{n}{f_0}$ seconden duurt. Stel dat het bloedvat d meter diep ligt in het lichaam. Dan duurt het dus $\frac{d}{\bar{c}}$



Figuur 10: Auto-sense anti-aliasing

seconden voordat de geluidsgolf het bloedvat heeft bereikt. Aangezien de puls ook weer terug moet naar de transducer moet de som van deze twee tijden met 2 vermenigvuldigd worden. Tenslotte tellen we hier nog een term ε bij op, aangezien de transducer een korte 'adempauze' nodig heeft tussen de pulsen. De tijd die 1 puls in beslag neemt is dus

$$2\left(\frac{n}{f_0} + \frac{d}{\bar{c}}\right) + \varepsilon \quad (26)$$

seconde.

Omdat we geen anti-alias effect willen hebben zullen we dus rekening moeten houden met de Nyquist limiet. Uiteindelijk komen we tot een maximaal haalbare meting voor een frequentieverschuiving van:

$$\Delta f = \frac{1}{4\left(\frac{n}{f_0} + \frac{d}{\bar{c}}\right) + \frac{\varepsilon}{2}} \quad (27)$$

Vullen we deze kennis in in de Doppler vergelijking 6 dan verkrijgen we na wat herschrijven het volgende resultaat:

$$v = \frac{\bar{c}^2}{8n\bar{c} + f_0(8d + \varepsilon\bar{c})} \frac{1}{\cos \alpha} \quad (28)$$

Stellen we het beste geval dat $\alpha = 0$ (loodrechte meting), dan zien we dat bij een gemiddelde geluidssnelheid van $1500 \frac{m}{s}$, frequentie $3 MHz$, $n = 20$ pulsen en een diepte van $d = 5 cm$ we een snelheid van ongeveer $1,6 \frac{m}{s}$ kunnen meten.

Hierbij heb ik ε gelijk gekozen aan 0. Ik heb geen informatie kunnen vinden omtrent deze waarde, maar deze gelijk nemen aan 0 is een aanvaardbare vereenvoudiging van het model.

Met formule 28 kan ingezien worden dat een lagere frequentie leidt tot de mogelijkheid hogere snelheden te kunnen meten. Ook de hoekafhankelijkheid telt mee. Als het bloedvat

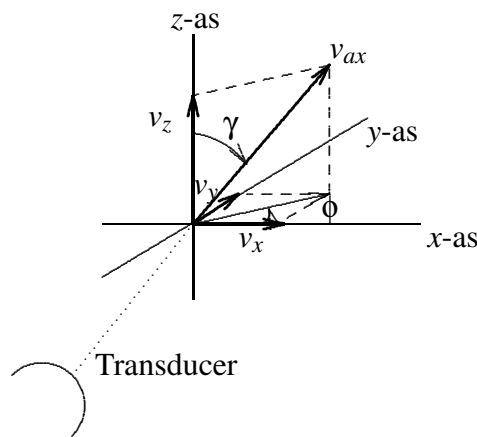
onder een hoek van 45° gemeten wordt kun je ook snelheden van $2\frac{m}{s}$ meten. Maar dit is dan ook echt de grens.

4 Schatten van de hoek

Zoals gezegd in paragraaf 1.2 moet je de juiste hoek weten wil je de daadwerkelijke snelheid weten. Dit kan met de hand gedaan worden, maar is nogal omslachtig en niet elegant. In dit hoofdstuk wordt gekeken naar twee manieren om dit automatisch te doen. De eerste manier is de 'Beam Steering'[14] methode en is geïmplementeerd bij het verkrijgen van de scandata. De tweede manier geschied met behulp van autoregressie technieken op de reeds verkregen data.[11][16][3][6]

4.1 Beam Steering

Bij het doen van een meting meten we de axiale snelheid van het bloed ten opzichte van de transducer. Laten we deze snelheid v_{ax} noemen. Wat we graag willen weten zijn de afzonderlijke v_x , v_y en v_z componenten van de daadwerkelijke snelheidsvector \mathbf{v} . Volgens Pythagoras moet v_{ax}^2 gelijk zijn aan $v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$.



Figuur 11: Snelheidsvector in bolcoördinaten

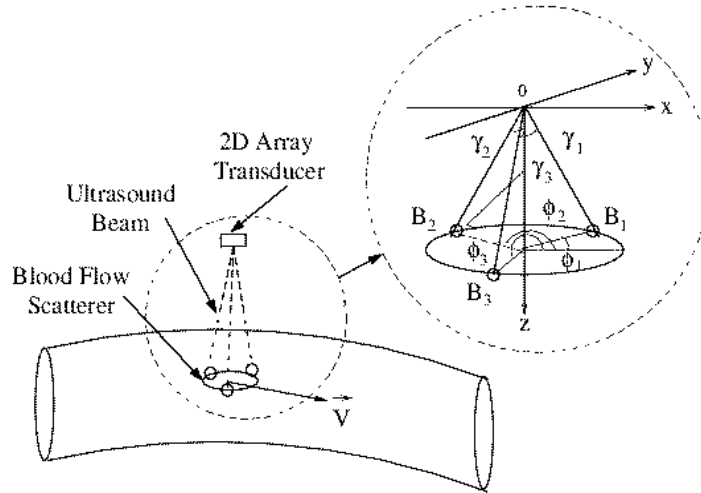
Bloedvaten liggen in een drie-dimensionale ruimte wat inhoudt dat er minstens 3 coördinaten nodig zijn om de snelheidsvector te bepalen. Er moeten dus 3 verschillende metingen gedaan worden. Dit kan op de manier zoals in figuur 12.

De snelheidsvectoren v_x , v_y en v_z zoals aangegeven in figuur 11 kunnen we door middel van bolcoördinaten uitdrukken in γ , ϕ en v_{ax} .

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{ax} \sin \gamma \cos \phi \\ v_{ax} \sin \gamma \sin \phi \\ v_{ax} \cos \gamma \end{pmatrix} \quad (29)$$

Als we in de stelling van Pythagoras van elke kwadratische term slechts 1 factor vervangen door zijn bolcoördinaatvorm (dus $v_z^2 = v_{ax}^2 \cos^2 \gamma$) en door v_{ax} delen krijgen we:

$$v_{ax} = v_x \sin \gamma \cos \phi + v_y \sin \gamma \sin \phi + v_z \cos \gamma \quad (30)$$



Figuur 12: Meten vanuit 3 hoeken

Als we 3 metingen doen dan kunnen we onze 3 onbekenden v_x , v_y en v_z bepalen. Er kunnen ook meer metingen gedaan worden voor betere nauwkeurigheid, al is gebleken uit experimenten dat 3 of 4 een goede weergave geven van de daadwerkelijke snelheid. In matrix-vector notatie:

$$\begin{pmatrix} \sin \gamma_1 \cos \phi_1 & \sin \gamma_1 \sin \phi_1 & \cos \gamma_1 \\ \sin \gamma_2 \cos \phi_2 & \sin \gamma_2 \sin \phi_2 & \cos \gamma_2 \\ \sin \gamma_3 \cos \phi_3 & \sin \gamma_3 \sin \phi_3 & \cos \gamma_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{ax1} \\ v_{ax2} \\ v_{ax3} \end{pmatrix} \quad (31)$$

Praktisch is om de hoek γ constant te houden, $\gamma = \gamma_i$ en gelijke hoeken ϕ te nemen, dus $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 120^\circ$ en $\phi_3 = 240^\circ$.

Bij de meting van v_{ax} wordt in de Doppler vergelijking $\theta = 0$ genomen. Zodoende vereenvoudigd de Doppler formule 6 zich tot:

$$v_{axi} = \frac{\Delta f c}{2 f_0} \quad (32)$$

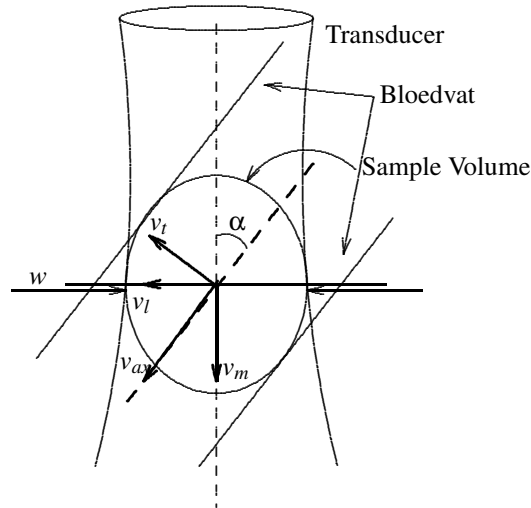
Als een transducer met 3 piëzo kristallen gebruikt wordt dan kunnen de gemeten snelheden met behulp van formule 31 omgerekend worden naar een snelheidsvector, die weer gebruikt kan worden in combinatie met bijvoorbeeld kleurdoppler.

4.2 Regressie

Deze techniek gebruikt de reeds gescande data verkregen met een conventionele transducer om tot een schatting te komen van de meethoek. Dit kan worden gedaan door op een beperkte hoeveelheid data Fourier analyse uit te voeren in combinatie met regressie analyse. Merk op dat

in dit gedeelte v_{ax} de axiale stroomsnelheid van het bloed is en niet de gemeten snelheid zoals in het voorgaande stuk.

Veronderstel het 2 dimensionale model gegeven in figuur 13. De waarde v_m is de waarde die de transducer meet (neem in de Doppler vergelijking 6 $\alpha = 0$), dus zonder kennis van de hoek. De relatie tussen de axiale snelheid v_{ax} ofwel de stroomsnelheid van het bloed en de gemeten snelheid is $v_m = v_{ax} \cos \alpha$. Nu is $\tan(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \frac{v_m}{v_l}$, ofwel $v_l \cos \alpha = v_m \sin \alpha$. Met de bekende uitdrukking voor v_m krijgen we $v_l = v_{ax} \sin \alpha$.



Figuur 13: Hoeken bij meting

De tijd die het duurt voordat het bloed tussen de straalbreedte w van de transducer is ververst wordt gegeven door

$$t_d = \frac{w}{v_{ax} \sin \alpha} \quad (33)$$

met t_d de doorlaattijd. De Doppler bandbreedte B is omgekeerd evenredig met de doorlaattijd. Met de introductie van k als scalaire grootheid vinden we

$$B = k \frac{v_{ax} \sin \alpha}{w} \quad (34)$$

en door $\sin \alpha = \cos \alpha \tan \alpha$ en $v_{ax} \cos \alpha = v_m$ te schrijven vinden we als expliciete uitdrukking voor de hoek:

$$\alpha = \arctan \frac{wB}{kv_m} \quad (35)$$

Tenslotte kunnen we deze en de Doppler vergelijking 6 samenvoegen.

$$\alpha = \arctan \frac{2Bwf_0}{kc\Delta f} \quad (36)$$

Als α dan bekend is kan deze weer ingevuld worden in de Doppler vergelijking om zodoende de daadwerkelijke snelheid v_{ax} te berekenen.

Alles in deze vergelijking is bekend of wordt gemeten. De Doppler bandbreedte B moet uit de gescande data gehaald worden. Met behulp van regressie wordt getracht een zo goed mogelijke benadering te geven van een trend gebaseerd op numerieke data. De Doppler bandbreedte is zodoende gedefinieerd als de wortel van de variantie van het spectrum.

We gaan uit van complexe frequentiedata (deze wordt door het meetapparaat aan de computer doorgegeven, van welke vorm deze is en op welke manier deze tot stand is gekomen laat ik buiten beschouwing). Hierop wordt een Fast Fourier transformatie op uitgevoerd en gekwadrateerd zodat we het power spectrum krijgen. Dus als y de frequentiedata is, wordt het spectrum bepaald door

$$S_m = |FFT(y)|^2 \quad (37)$$

met als frequentieparameter m . Als we aannemen dat de input data y bestond uit $1024 = 2^{10}$ samples dan krijgen we een spectrum met frequenties terug liggende tussen -511 en 512 . De verwachte frequentieparameter wordt gegeven door

$$\bar{m} = \frac{\sum_{m=-511}^{512} m S_m}{\sum_{m=-511}^{512} S_m} \quad (38)$$

en de verwachte (puls)frequentie \bar{f}

$$\bar{f} = \frac{f_{pf}}{1024} \bar{m} \quad (39)$$

met f_{pf} de pulsfrequentie (het aantal meetpulsen per seconde, zie paragraaf 3.5 voor meer uitleg hierover).

De Doppler bandbreedte B is nu gedefinieerd als de wortel van de variatie van \bar{f} .

$$var(\bar{f}) = E \left(\left(\frac{f_{pf}}{1024} \right)^2 (m - \bar{m})^2 \right) \quad (40)$$

$$B = \frac{f_{pf}}{1024} \sqrt{\frac{\sum_{m=-511}^{512} (m - \bar{m}) S_m}{\sum_{m=-511}^{512} S_m}} \quad (41)$$

Met deze informatie kan de hoek α geschat worden. Over hoe de scalar k precies gedefinieerd is heb ik helaas geen informatie kunnen vinden.

Referenties

- [1] Projektkurs i adaptiv signalbehandling, 2002. <http://www.signal.uu.se/Courses/Course-Dirs/AdaptSignTF/Acoustics.pdf>.
- [2] Phillip J. Bendick. Doppler signal analysis: Fft versus analog waveforms. *Vascular Voice*, 1999. <http://www.nicoletvascular.com/wnvoiceFall99.htm>.
- [3] Pai-Chi Li Chih-Kuang Yeh. Doppler angle estimation of pulsatile flows using ar modeling. Technical report, Department of Electrical Engineering, National Taiwan University, 2002. [http://land.ee.ntu.edu.tw/classnotes/paper/Doppler angle estimation for pulsatile flow using AR modelli.pdf](http://land.ee.ntu.edu.tw/classnotes/paper/Doppler%20angle%20estimation%20for%20pulsatile%20flow%20using%20AR%20modelli.pdf).
- [4] Edwin L. Dowe. Notes on ultrasound - echocardiography. Technical report, University of Iowa, 2002. [http://www.engineering.uiowa.edu/bme060/Lecture/Notes on Ultrasound.pdf](http://www.engineering.uiowa.edu/bme060/Lecture/Notes%20on%20Ultrasound.pdf).
- [5] J.E. Dowdey E.E. Christensen, T.S. Curry. *Introduction to the Physics of Diagnostic Radiology*. Lea & Febeger, Philadelphia, 2nd. edition, 1978. <http://www.yale.edu/ynhti/curriculum/units/1983/7/83.07.05.x.html>.
- [6] P. Groeneboom G. Jongbloed. Voortgezette statistiek. Technical report, Technische Universiteit Delft, 1999.
- [7] R.M. Heethaar. Bio-fysica in hart en nieren. Technical report, Vrije Universiteit Amsterdam, 0000.
- [8] David B. Adams Joseph A. Kisslo. *Principles of the Doppler echocardiography and the Doppler examination*. ECHO in Context, 0000. <http://www.echoincontext.com/doppler01.pdf>.
- [9] Kurt Hecker Kypros Nicolaidis, Giuseppe Rizzo. Doppler in obstetrics. *Centrus*, 2002. http://www.centrus.com.br/DiplomaFMF/SeriesFMF/doppler/capitulos.html/chapter_01.htm.
- [10] David Liley. The physics of diagnostic ultrasound. Technical report, Swinburne University of Technology, 2002. <http://marr.bsee.swin.edu.au/dtl/het408/ultrasound.pdf>.
- [11] Chong-Jin Cheng Pai-Chi Li. Doppler motion detection with automatic angle correction. *Knowlegde Bridge*, 24, 2002. http://nr.stic.gov.tw/ejournal/KB/kb9106_e.pdf.
- [12] Daniel W. Rickey. *Evaluation of Doppler Ultrasound Velocity and Flow Measurements*. PhD thesis, University of Manitoba, 1995. <http://www.umanitoba.ca/faculties/medicine/radiology/stafflist/staffitems/>.
- [13] Bjørn A. J. Angelsen. *Ultrasound Imaging - Waves, Signals, and Signal Processing*. Norwegian University of Science and Technology - NTNU, 2000.

- [14] Jian-yu Lu Shiping He, Khalil F. Dajani. Doppler beam steering for blood flow velocity vector imaging. Technical report, Ultrasound Laboratory, Department of Bioengineering, University of Toledo, 0000. http://bioe.eng.utoledo.edu/Laboratories/UltrasoundLab/papers_pdf/jilu/lu55_ai00_INFORMAL.pdf.
- [15] Walter A. Strauss. *Partial Differential Equations - an introduction*. John Wiley & Sons, Inc., 1992.
- [16] King-Wah W. Yeung. Angle-insensitive flow measurement using doppler bandwidth. Technical report, Hewlett-Packard Company, 0000. <http://www.hpl.hp.com/techreports/97/HPL-97-46.pdf>.
- [17] <http://www.americanheart.org/presenter.jhtml?identifier=2098>.
- [18] <http://aurora.phys.utk.edu/forrest/papers/fourier/>.
- [19] <http://www.ob-ultrasound.net/>.
- [20] <http://www.cmrr.umn.edu/kadah/info/yasser.html>.
- [21] http://ccrma-www.stanford.edu/courses/150/time_frequency.html.
- [22] <http://freespace.virgin.net/mark.davidson3/reflection/reflection.html>.
- [23] <http://stratton.ecn.uiowa.edu/research/brachial/papers/spie2001article.pdf>.
- [24] <http://christime.info/aortastenose/pages/>.
- [25] <http://www.amershamhealth.com/medcyclopaedia/>.